

ΑΣΚΗΣΗ 10

ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΑΚΟΛΟΥΘΙΑΚΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

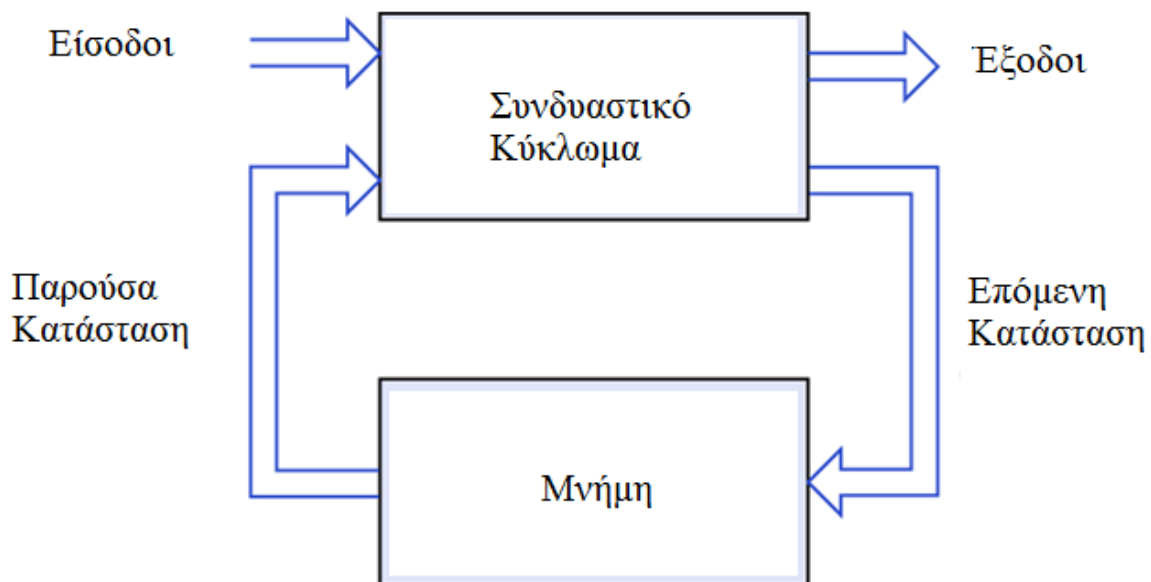
10.1. ΣΚΟΠΟΣ

Η σχεδίαση ακολουθιακών κυκλωμάτων.

10.2. ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

10.2.1. ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ ΑΚΟΛΟΥΘΙΑΚΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

Τα ψηφιακά κυκλώματα με μνήμη ονομάζονται ακολουθιακά. Αποτελούνται από συνδυαστικά κυκλώματα και στοιχεία μνήμης, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.



Σχήμα 1. Δομικό Διάγραμμα Ακολουθιακού Κυκλώματος.

Κατά το σχεδιασμό πρέπει να καθοριστούν ο αριθμός και το είδος των FF, οι πύλες ή τα Ο.Κ. που θα χρησιμοποιηθούν για το Συνδυαστικό μέρος του κυκλώματος και οι κατάλληλες συνδέσεις.

Απαραίτητοι για τον σχεδιασμό ενός ακολουθιακού κυκλώματος είναι οι Πίνακες Διέγερσης των FF. Οι Πίνακες αυτοί δείχνουν ποιες πρέπει να είναι οι είσοδοι των FF για να γίνει η μετάβαση από την παρούσα στην επόμενη κατάσταση. Οι Πίνακες Διέγερσης για όλα τα είδη των FF φαίνονται παρακάτω. Προκύπτουν από τους Χαρακτηριστικούς Πίνακες των FF.

Πίνακας 1

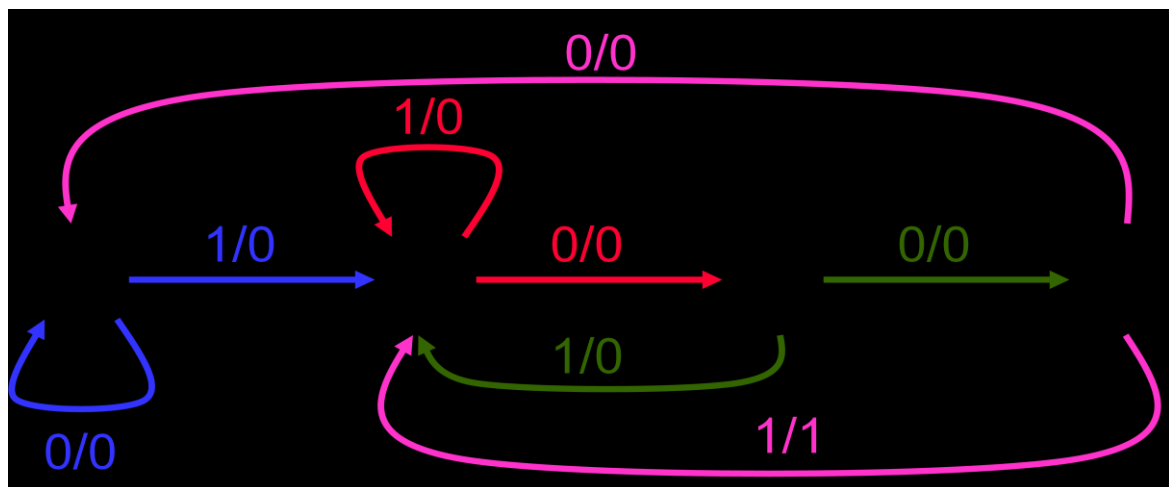
Πίνακες Διέγερσης των Flip-Flops

Q(t)	Q(t+1)	J	K	S	R	D	T
0	0	0	X	0	X	0	0
0	1	1	X	1	0	1	1
1	0	X	1	0	1	0	1
1	1	X	0	X	0	1	0

Για κάθε προς σχεδίαση Ακολουθιακό Κύκλωμα πρέπει να δίνονται ή να μπορούν να εξαχθούν ο Πίνακας Κατάστασης και το Διάγραμμα Κατάστασης.

Ο Πίνακας Κατάστασης (state table) παρουσιάζει τις τιμές των επόμενων καταστάσεων και των εξόδων ενός ακολουθιακού κυκλώματος βάσει των παρούσων καταστάσεων και των αντιστοιχών εισόδων.

Την ίδια πληροφορία με τον πίνακα κατάστασης παρέχει και το διάγραμμα κατάστασης. Παρακάτω δίνεται ένα Διάγραμμα Κατάστασης για ένα Ακολουθιακό Κύκλωμα τεσσάρων καταστάσεων που χαρακτηρίζονται με τα γράμματα A, B, C και D.



Σχήμα 2. Διάγραμμα Κατάστασης Ακολουθιακού Κυκλώματος (Παράδειγμα 1).

Από το διάγραμμα του Σχήματος 2 φαίνονται α) οι μεταβάσεις από μια κατάσταση σε άλλη ανάλογα με την είσοδο και β) η αντίστοιχη τιμή της εξόδου. Για παράδειγμα, από την κατάσταση A μένουμε στην A για είσοδο 0 και η έξοδος γίνεται 0 (0/0 κοντά στο αντίστοιχο βέλος). Επίσης, από την κατάσταση A πηγαίνουμε στη B για είσοδο 1, ενώ η έξοδος γίνεται 0. Τις μεταβάσεις των καταστάσεων βλέπουμε και στον Πίνακα Κατάστασης.

Πίνακας 2

Πίνακας Κατάστασης Ακολουθιακού Κυκλώματος (Παραδείγματος 1).

Παρούσα Κατάσταση	Είσοδος	Επόμενη Κατάσταση	Έξοδος
A	0	A	0
A	1	B	0
B	0	C	0
B	1	B	0
C	0	D	0
C	1	B	0
D	0	A	0
D	1	B	1

Στις καταστάσεις A, B, C, D αποδίδονται δυαδικές τιμές. Αυτές οι τέσσερις καταστάσεις παριστάνονται με τους τέσσερις πιθανούς συνδυασμούς δύο bit. Ο νέος Πίνακας Κατάστασης που προκύπτει είναι:

Πίνακας 3

Πίνακας Κατάστασης Ακολουθιακού Κυκλώματος (Παραδείγματος 1).

Παρούσα Κατάσταση		Είσοδος X	Επόμενη Κατάσταση		Έξοδος Z
Q ₁	Q ₀		Q ₁	Q ₀	
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0
0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	0
1	1	0	0	0	0
1	1	1	0	1	1

Το επόμενο βήμα είναι να σχεδιάσουμε τον Πίνακα Διέγερσης του Κυκλώματος. Ο Πίνακας αυτός δείχνει ποιες πρέπει να είναι οι είσοδοι που πρέπει να διεγείρουν τα FF για να έχουμε τις μεταβάσεις του Πίνακα Κατάστασης. Τα FF για το παράδειγμα είναι δύο.

Αν χρησιμοποιηθούν JK FF, από τον Πίνακα Διέγερσης του JK Flip-Flop που φαίνεται παρακάτω στο Σχήμα 3, προκύπτει και ο Πίνακας Διέγερσης του Κυκλώματος. Ο τελευταίος Πίνακας είναι απαραίτητος στη Σχεδίαση Ακολουθιακών Κυκλωμάτων.

Q(t)	Q(t+1)	J	K
0	0	0	x
0	1	1	x
1	0	x	1
1	1	x	0

Σχήμα 3. Πίνακας Διέγερσης του JK Flip-Flop.

Πίνακας 4

Πίνακας Διέγερσης Ακολουθιακού Κυκλώματος (Παραδείγματος 1).

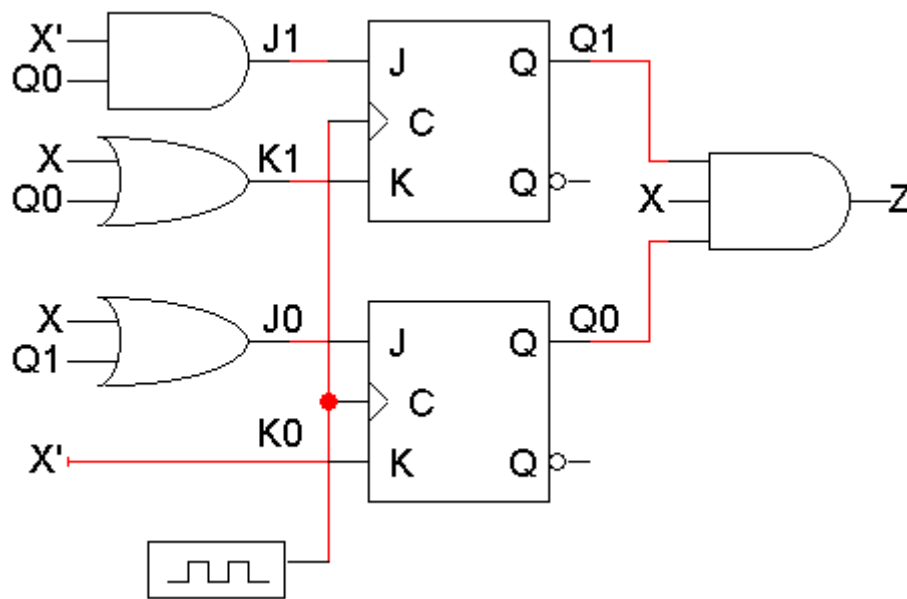
Παρούσα Κατάσταση Q ₁ Q ₀		Είσοδος X	Επόμενη Κατάσταση Q ₁ Q ₀		Είσοδοι Flip-Flop J ₁ K ₁ J ₀ K ₀				Έξοδος Z
0	0	0	0	0	0	x	0	x	0
0	0	1	0	1	0	x	1	x	0
0	1	0	1	0	1	x	x	1	0
0	1	1	0	1	0	x	x	0	0
1	0	0	1	1	x	0	1	x	0
1	0	1	0	1	x	1	1	x	0
1	1	0	0	0	x	1	x	1	0
1	1	1	0	1	x	1	x	0	1

Από τον Πίνακα Διέγερσης προκύπτουν οι εξισώσεις

$$\begin{aligned}
 J_1 &= X' Q_0 \\
 K_1 &= X + Q_0 \\
 J_0 &= X + Q_1 \\
 K_0 &= X' \\
 Z &= Q_1 Q_0 X
 \end{aligned}$$

Από τις τελευταίες εξισώσεις προκύπτει το συνδυαστικό μέρος του ακολουθιακού κυκλώματος. Οι έξοδοι του συνδυαστικού κυκλώματος είναι οι είσοδοι J1, K1, J0, K0 των FF και η έξοδος Z του κυκλώματος.

Το κύκλωμα που προκύπτει φαίνεται στο παρακάτω Σχήμα 4.



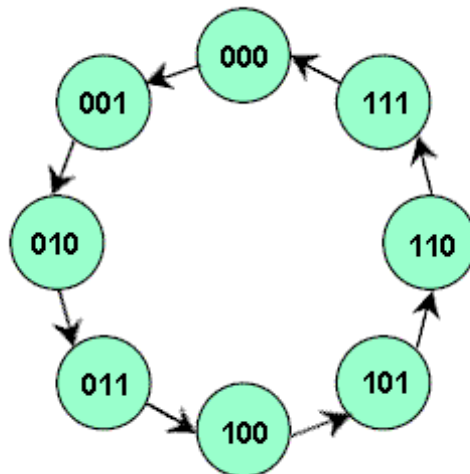
Σχήμα 4. Ακολουθιακό Κύκλωμα Παραδείγματος 1.

Συνοψίζοντας, τα βήματα που ακολουθούνται στο σχεδιασμό Ακολουθιακών Λογικών Κυκλωμάτων είναι τα εξής:

- 1) Το πρόβλημα περιγράφεται λεκτικά ή δίνεται το Διάγραμμα Κατάστασης ή ένα Διάγραμμα Χρονισμού.
- 2) Από την πληροφορία που δίνεται, εξάγεται ο πίνακας κατάστασης.
- 3) Αν οι καταστάσεις περιγράφονται με γράμματα, αποδίδονται σε αυτές δυαδικές αριθμητικές τιμές.
- 4) Ορίζεται ο αριθμός των FF και στον καθένα δίνεται ένα γράμμα-σύμβολο (όνομα, πχ FF0).
- 5) Διαλέγεται ο τύπος των FF που θα χρησιμοποιηθούν.
- 6) Από τον πίνακα κατάστασης εξάγονται ο Πίνακας Διέγερσης και οι έξοδοι του κυκλώματος.
- 7) Χρησιμοποιώντας χάρτες Karnaugh ή άλλες μεθόδους, εξάγονται οι απλοποιημένες συναρτήσεις εξόδου και οι συναρτήσεις εισόδου των FF.
- 8) Σχεδιάζεται το ακολουθιακό κύκλωμα.

10.2.2. Σύγχρονοι Απαριθμητές (Μετρητές – Counters)

Οι Απαριθμητές είναι απλά ακολουθιακά κυκλώματα συνήθως χωρίς εξωτερικές εισόδους. Αποτελούνται από Flip-Flops και λογικές πύλες. Αποκρίνονται στους ωρολογιακούς παλμούς και οι έξοδοι των Flip-Flops τους αλλάζουν κατάσταση. Για την κατανόηση της λειτουργίας τους δείτε το διάγραμμα κατάστασης ενός απαριθμητή 3-bit που φαίνεται στο Σχήμα 5. Το διάγραμμα κατάστασης δείχνει την ακολουθία των καταστάσεων στις οποίες οδηγείται ο απαριθμητής κάθε φορά που εφαρμόζεται ωρολογιακός παλμός. Ο απαριθμητής 3-bit έχει 3 Flip-Flop. Στις εξόδους Q αυτών των Flip-Flop, ανάλογα με τις τιμές τους, μπορούμε να διαβάσουμε δυαδικά από το 0 μέχρι το 7, δηλαδή $2^3 = 8$ διαφορετικές καταστάσεις.



Σχήμα 5. Διάγραμμα Κατάστασης Απαριθμητή 3-bit.

Από το Διάγραμμα Κατάστασης προκύπτει ο Πίνακας Κατάστασης.

Πίνακας 4

Πίνακας Κατάστασης

Παρούσα Κατά- σταση Q2 Q1 Q0	Επόμενη Κατά- σταση Q2 Q1 Q0
0 0 0	0 0 1
0 0 1	0 1 0
0 1 0	0 1 1
0 1 1	1 0 0
1 0 0	1 0 1
1 0 1	1 1 0
1 1 0	1 1 1
1 1 1	0 0 0

Από τον Πίνακα Κατάστασης προκύπτει ο παρακάτω Πίνακας Διέγερσης με την προϋπόθεση ότι έχουν επιλεγεί JK FF.

Πίνακας 4

Πίνακας Διέγερσης

Παρούσα Κατάσταση Q2 Q1 Q0	Επόμενη Κατάσταση Q2 Q1 Q0	Είσοδοι των Flip-Flop J2 K2 J1 K1 J0 K0
0 0 0	0 0 1	0 X 0 X 1 X
0 0 1	0 1 0	0 X 1 X X 1
0 1 0	0 1 1	0 X X 0 1 X
0 1 1	1 0 0	1 X X 1 X 1
1 0 0	1 0 1	X 0 0 X 1 X
1 0 1	1 1 0	X 0 1 X X 1
1 1 0	1 1 1	X 0 X 0 1 X
1 1 1	0 0 0	X 1 X 1 X 1

Από τον Πίνακα Διέγερσης προκύπτουν οι εξισώσεις των εισόδων των JK Flip-Flop, οι οποίες απλοποιούνται με Πίνακες Karnaugh, όπως φαίνεται στο παρακάτω Σχήμα 6.

		Q0	
		0	1
Q2Q1	00	0	0
	01	0	1
	11	X	X
	10	X	X

J2

		Q0	
		0	1
Q2Q1	00	0	1
	01	X	X
	11	X	X
	10	0	1

J1

		Q0	
		0	1
Q2Q1	00	1	X
	01	1	X
	11	1	X
	10	1	X

J0

		Q0	
		0	1
Q2Q1	00	X	X
	01	X	X
	11	0	1
	10	0	0

K2

		Q0	
		0	1
Q2Q1	00	X	X
	01	0	1
	11	0	1
	10	X	X

K1

		Q0	
		0	1
Q2Q1	00	X	1
	01	X	1
	11	X	1
	10	X	1

K0

Σχήμα 6. Πίνακες Karnaugh Απαριθμητή 3-bit.

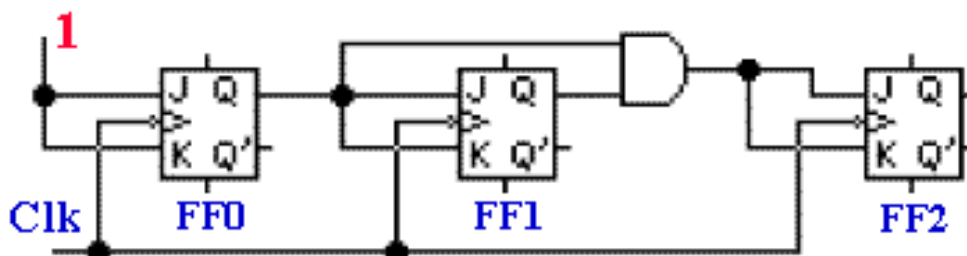
Από τους Πίνακες Karnaugh προκύπτουν οι παρακάτω εξισώσεις:

$$J0 = K0 = 1$$

$$J1 = K1 = Q0$$

$$J2 = K2 = Q1 \cdot Q0$$

Με βάση τις εξισώσεις εισόδων των Flip-Flops πραγματοποιείται το παρακάτω κύκλωμα.



Σχήμα 7. Κύκλωμα Απαριθμητή 3-bit.

10.3. ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

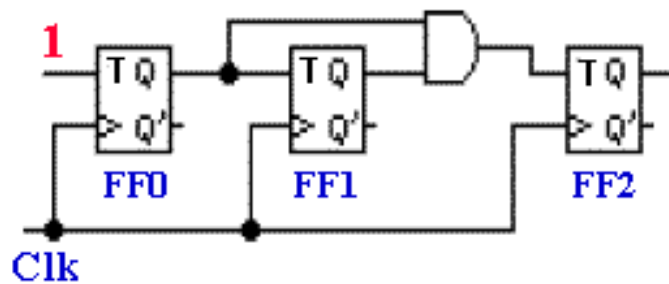
10.3.1.

Πραγματοποιήστε το κύκλωμα του απαριθμητή 3-bit του Σχήματος 7 (με JK Flip-Flops) και ελέγξτε τη λειτουργία του.

10.3.2.

Πραγματοποιήστε κύκλωμα απαριθμητή 3-bit με T Flip-Flops και ελέγξτε τη λειτουργία του.

Προκύπτει ο απαριθμητής που σχεδιάσατε όπως είναι αυτός του παρακάτω Σχήματος 8;



Σχήμα 8. Κύκλωμα Απαριθμητή 3-bit με T FF

10.4 ΓΡΑΠΤΗ ΑΣΚΗΣΗ

10.4.1.

Να γραφούν το Διάγραμμα Κατάστασης, ο Πίνακας Κατάστασης, ο Πίνακας Διέγερσης και οι Πίνακες Karnaugh των εξισώσεων των εισόδων των Flip-Flop της άσκησης 10.3.2.

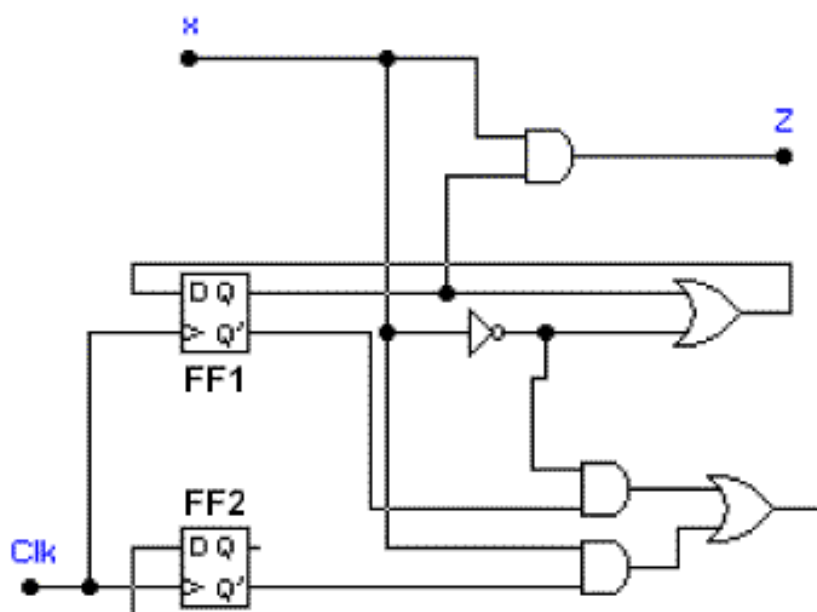
10.4.2.

Από το παρακάτω κύκλωμα του Σχήματος 9, να γραφούν οι εξισώσεις των εισόδων των FF και έπειτα να γίνει το Διάγραμμα Κατάστασης και να συμπληρωθεί ο παρακάτω Πίνακας Κατάστασης.

Πίνακας 5

Πίνακας Κατάστασης Γραπτής Άσκησης 10.4.2.

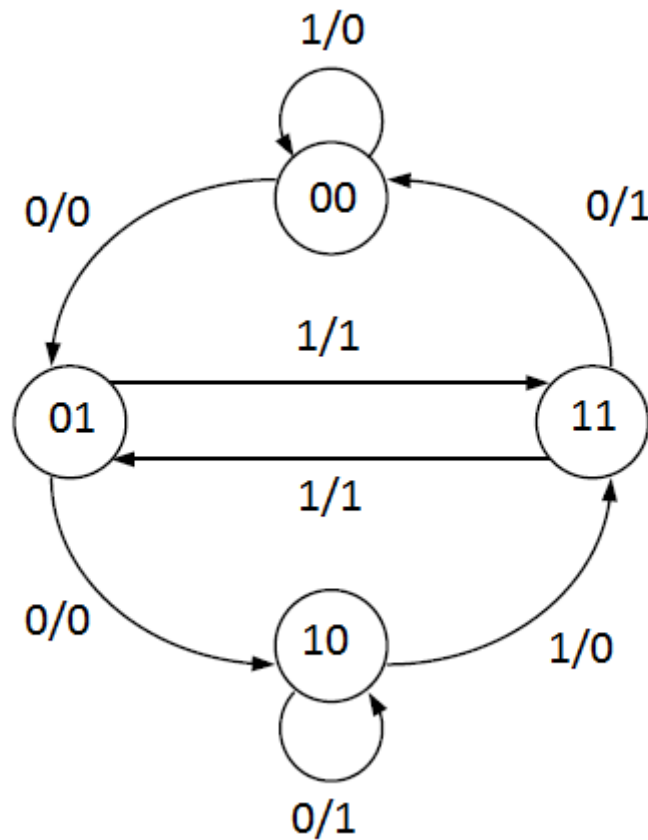
Παρούσα Κατάσταση Q1Q2	Επόμενη Κατάσταση		Έξοδος	
	x = 0	x = 1	x = 0	x = 1
0 0				
0 1				
1 0				
1 1				



Σχήμα 9. Κύκλωμα Άσκησης 10.4.2.

10.4.3.

Σχεδιάστε το κύκλωμα που αντιστοιχεί στο Διάγραμμα Κατάστασης του παρακάτω Σχήματος (με JK Flip-Flops).



Σχήμα 10. Διάγραμμα Κατάστασης Άσκησης 10.4.3.